Równania różniczkowe
Lista 7

Zad 1. Określić postać rozwiązania szczególnego:

	równanie		równanie
a)	$y'' + y' + ky = x$	g)	$y'' + y = x\cos x$
b)	$y'' + ky = e^{ax}$	h)	$y''' + y'' + y' + qy = 2$
c)	$y'' + k^2y = \cos(\omega x)$	i)	$y''' + 2y'' + y' = (2x+1)\sin x + (x^2 - 4x)\cos x$
d)	$y'' + y' = e^{-x} + 2x - 1$	j)	$y^{(4)} - 4y''' + 8y'' + 8y' + 4y = e^x(x\cos x + \sin x)$
e)	$y'' - y = e^x x \sin x$	k)	$y^{(5)} - y^{(4)} + 8y''' - 8y'' + 16y' - 16y = 3\cos(2x) + 1$
f)	$y'' - 2y' + 2y = e^x x \sin x$	l)	$y'' + 4y = x^2 \sin^2 x$

Zad 2. Scałkować następujące równania za pomocą metody uzmienniania stałej dowolnej:

	równanie		równanie		równanie
a)	$y'' + 4y = \frac{1}{\cos(2x)}$	c)	$y'' + y = \operatorname{tg} x$	e)	$y'' - 2y' + y = \frac{x^2+2x+2}{x^3}$
b)	$y'' - y = \frac{1}{x}$	d)	$y''' + y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$	f)	$y'' - y' = \frac{2-x}{x^3}e^x$

Zad 3. Znaleźć rozwiązania, spełniające zadane warunki początkowe lub warunki brzegowe:

	równanie	warunki
a)	$y'' - 5y' + 4y = 0$	$y = 1,\ y' = 1$ dla $x = 0$
b)	$y'' - y = 0$	$y = 2,\ y' = 0$ dla $x = 0$
c)	$y'' + y = 0$	$y = 1,\ y' = 0$ dla $x = \frac{1}{2}\pi$
d)	$y'' + 2y = 0$	$y = 0,\ y' = 0$ dla $x = 3$
e)	$y'' + 4y = \sin(2x)$	$y = 0,\ y' = 0$ dla $x = 0$
f)	$y'' - y = x$	$y = 1,\ y' = -1$ dla $x = 0$
g)	$y'' + 4y' + 4y = 3e^{-2x}$	$y = 0,\ y' = 0$ dla $x = 0$
h)	$y''' - y' = 0$	$y = 1,\ y' = 0,\ y'' = 0$ dla $x = 2$
i)	$y^{(4)} - y = 0$	$y = 1,\ y' = 1,\ y'' = 1,\ y''' = 1$ dla $x = 0$
j)	$y^{(5)} + 6y^{(4)} - 3y = 0$	$y = 0,\ y' = 0,\ y'' = 0,\ y''' = 0,\ y^{(4)} = 0$ dla $x = 1$
k)	$y'' + y = 0$	$y = 0$ dla $x = 0$, $y = 1$ dla $x = \frac{1}{2}\pi$
l)	$y'' + y = 0$	$y = 0$ dla $x = 0$, $y = 0$ dla $x = \pi$
m)	$y'' + y = 0$	$y = 1$ dla $x = 0$, $y = 1$ dla $x = \pi$
n)	$y'' + y = x$	$y = 1$ dla $x = 0$, $y = \frac{1}{2}\pi$ dla $x = \frac{1}{2}\pi$
o)	$y'' - y = 0$	$y = 1$ dla $x = 0$, $y = \frac{e^2+1}{2e}$ dla $x = 1$

Zad 4. Zbudować układ fundamentalny rozwiązań danego równania różniczkowego, unormowanego w punkcie $x = 0$:

$$a)\quad y'' + k^2 = 0, \qquad\qquad b)\quad y'' - k^2y = 0.$$

Zad 5. Ułożyć równanie liniowe jednorodne, mające dany układ fundamentalny rozwiązań:

a) $y_1 = \cos x, \quad y_2 = \sin x,$

b) $y_1 = e^{-x}\sin(2x), \quad y_2 = e^{-x}\cos(2x), \quad y_3 = 1,$

c) $y_1 = \sin x, \quad y_2 = \cos x, \quad y_3 = e^x, \quad y_4 = e^{-x}.$